УДК 621.37

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ ПУТЕМ ЛИНЕЙНОГО КОМБИНИРОВАНИЯ ОТКЛИКОВ ОБЪЕКТА НА ЛИНЕЙНО ЗАВИСИМЫЕ ТЕСТОВЫЕ СИГНАЛЫ

Э.В. Семёнов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: edwardsemyonov@narod.ru

Рассмотрено исследование нелинейности преобразования детерминированных сигналов объектом путем последовательного воздействия на него двумя линейно зависимыми сигналами и регистрации линейной комбинации откликов объекта на эти сигналы. Показана возможность при таком подходе выделить нелинейную составляющую отклика объекта, вносящего линейные искажения сигнала со сложной частотной зависимостью (в том числе изменяющиеся во времени), на детерминированные сверхширокополосные (в том числе импульсные) сигналы со сплошным спектром.

Введение

Применение сверхширокополосных сигналов для исследования нелинейных свойств объектов позволяет исследовать нелинейные свойства устройств в сверхширокополосных системах связи и локации по отношению к сигналам, с которыми такие системы реально работают (нелинейность объектов проявляется по-разному при воздействии на них разных сигналов). В [1] показаны преимущества многочастотного сигнала в нелинейной локации, это вызывает интерес и к исследованию особенностей применения сверхширокополосных сигналов в качестве зондирующих для нелинейной локации.

Цель данной статьи – рассмотреть исследование нелинейности преобразования сигналов объектом с применением сверхширокополосных тестовых сигналов.

1. Постановка задачи

Линейное преобразование описывается уравнением:

$$u(\omega) = K(\omega)x(\omega), \qquad (1)$$

где $x(\omega)$ – спектр тестового сигнала, $u(\omega)$ – спектр отклика объекта, ω – круговая частота, $K(\omega)$ – постоянный для конкретной частоты комплексный коэффициент, а знак равенства понимается как тождество относительно $x(\omega)$. Перебор всех возможных $x(\omega)$ практически неосуществим, поэтому доказательство линейности преобразования не представляется реальным, но если обнаруживается нарушение (1) хотя бы для некоторых $x(\omega)$, то это свидетельствует о нелинейности преобразования. Как отмечено в [2], для любого $u(\omega)\neq0$ не существует $K(\omega)$, обращающего (1) в равенство, только в том случае, если $x(\omega)=0$. Поэтому, для того чтобы отличить не-

линейное преобразование от линейного, при измерении гармонических [3], интермодуляционных искажений [4] при анализе спектров высших порядков (например, биспектра) спектр тестового сигнала в некоторых точках или промежутках анализируемого диапазона частот должен быть равен нулю [2].

Таким образом, в рамках перечисленных методов наблюдение продуктов нелинейного преобразования возможно только на тех частотах, на которых спектр тестового сигнала равен нулю. Если области, в которых спектр тестового сигнала равен нулю, занимают большую часть анализируемого диапазона частот, то исключается применение широкополосных и импульсных тестовых сигналов [3, 4]. Если же области, в которых спектр тестового сигнала близок к нулю, составляют незначительную часть от анализируемой полосы частот, то наблюдению доступна только небольшая доля продуктов нелинейного преобразования [2].

Известен "*метод сравнения*" [5], состоящий в регистрации разности отклика объекта и тестового сигнала. Он не накладывает требования равенства нулю спектра тестового сигнала в некоторых точках или промежутках анализируемого диапазона частот, однако требует компенсации линейных искажений тестового сигнала объектом, что реально только для стабильных во времени линейных искажений с простой частотной зависимостью.

Методы определения статистических характеристик отклика объекта при воздействии на него случайного сигнала изложены в [6–8]. Для их реализации необходимо длительное воздействие на объект для определения параметров отклика. Кроме того, в результате определяются только отдельные статистические характеристики отклика объекта, о выделении нелинейной составляющей отклика речь не идет.

Задача, таким образом, состоит в том, чтобы отыскать решение, позволяющее выделить нелинейную составляющую отклика объекта, вносящего линейные искажения сигнала со сложной частотной зависимостью (в том числе изменяющиеся во времени), на детерминированные сверхширокополосные (в том числе импульсные) сигналы со сплошным спектром.

2. Решение

Общеизвестен метод селекции движущихся целей [9], или, в более общей формулировке, метод селекции отклика объектов, параметры которых изменились за интервал времени между тестовыми импульсами. Формально такие объекты не удовлетворяют ур. (1) в том смысле, что уравнения

$$u_1(\omega) = K(\omega)x_1(\omega); \qquad (2)$$

$$u_2(\omega) = K(\omega)x_2(\omega) \qquad (3)$$

не выполняются одновременно при $x_1(\omega) = x_2(\omega)$, т.е. при воздействии идентичными тестовыми сигналами. Здесь u_1 и u_2 – отклики объекта на тестовые сигналы x_1 и x_2 соответственно. Однако, такого рода нарушение (1) можно трактовать не как нелинейность, а как изменение линейных свойств объекта[1]. Для того чтобы проверить выполнение (1) в смысле инвариантности к $x(\omega)$, $x_1(\omega)$ и $x_2(\omega)$ должны быть различными.

Будем воздействовать на объект двумя различными финитными во времени детерминированными сигналами $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Для того чтобы иметь возможность регистрировать отклики объекта на тестовые сигналы раздельно, не накладывая условия ортогональности на $x_1(t)$ и $x_2(t)$, будем воздействовать ими на объект последовательно[2].

Пусть также $x_1(\omega)$ и $x_2(\omega)$ линейно зависимы, т.е.

$$x_2(\omega) = K_1(\omega)x_1(\omega),$$

$$K_1^{-1}(\omega)x_2(\omega) = x_1(\omega). \qquad (4)$$

$$x_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)x_2(\omega) = 0, \qquad (5)$$

где $K_1(\omega)$ – постоянный для конкретной частоты комплексный коэффициент, а знак равенства понимается как тождество относительно $x_1(\omega)$ или $x_2(\omega)$.

Построим линейную комбинацию (5) по отношению к откликам объекта:

$$\varepsilon(\omega) = u_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)u_2(\omega),$$

или во временной области:

$$\varepsilon(t) = u_1(t) - F^{-1}[K_1^{-1}(\omega)] * u_2(t), \qquad (6)$$

где F^{-1} – обратное преобразование Фурье, $*$ – символ свертки, u_1 и u_2 – отклики объекта на тестовые сигналы x_1 и x_2 соответственно.

Если преобразование сигналов объектом линейно, то очевидно $\varepsilon(\omega) \equiv 0$. Действительно:

$$\varepsilon(\omega) = u_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)u_2(\omega); \qquad (7)$$

$$u_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)u_2(\omega) = \\ = K(\omega)x_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)K(\omega)x_2(\omega); \qquad (8)$$

$$K(\omega)x_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)K(\omega)x_2(\omega) = \\ = K(\omega)[x_1(\omega) - K_1^{-1}(\omega)x_2(\omega)] \equiv 0, \qquad (9)$$

где $K(\omega)$ – передаточная характеристика объекта. Передаточная характеристика объекта должна быть постоянной в течение времени измерения, т.е. в течение времени воздействия обоими тестовыми сигналами. Однако допустимо, чтобы к моменту следующего измерения линейные искажения изменились.

Если $\varepsilon(\omega) \neq 0$, то преобразование сигналов объектом нелинейно, т.к. из $\varepsilon(\omega) \neq 0$ следует невыполнение (8) ((7) и (9), очевидно, выполняются по-прежнему). Отсюда следует несправедливость подстановки

$$u_1(\omega) = K(\omega)x_1(\omega); \qquad (10)$$

$$u_2(\omega) = K(\omega)x_2(\omega), \qquad (11)$$

т.е. (10) и (11) не выполняются одновременно, следовательно (1) не тождественно относительно $x(\omega)$. Таким образом, преобразование сигналов нелинейно.

[1] Такая трактовка возможна лишь в том случае, если (2, 3) выполняются по отдельности, т.е. если $u_1(\omega)$ содержит все нули спектра, которые содержит $x_1(\omega)$. То же касается и пары $x_2(\omega)$, $u_2(\omega)$.

[2] Кроме того, даже ортогональность тестовых сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ не гарантирует в общем случае ортогональность откликов объекта на них.

Однако, обратное неверно, т.е. если преобразование сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ нелинейно, то это не гарантирует $\varepsilon(\omega)\neq 0$. В качестве примера можно привести тривиальный частный случай $x_1(t)=x_2(t)$. Поэтому следует выбирать сигналы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ разной формы или амплитуды с тем, чтобы они различным образом подвергались изменению при нелинейном преобразовании.

Таким образом, практическое использование рассмотренного подхода выглядит так: если обнаружено $\varepsilon(\omega)\neq 0$, то делается вывод о том, что преобразование сигналов нелинейно. Проиллюстрируем это на примере.

3. Вычислительный эксперимент

В качестве примера используем безынерционную нелинейность с амплитудной характеристикой рис. 1:

$$u(x)=\begin{cases} x & x\leq 0,5 \\ 0,5 & x>0,5 \end{cases},$$

где x – тестовый сигнал, $u(x)$ – отклик объекта на тестовый сигнал. Данная характеристика выбрана для наглядности иллюстрации. Поскольку в предыдущем разделе не делалось предположений о безынерционности нелинейности или кусочно-линейном характере, "энергоемкие" и "гладкие" нелинейности также могут быть исследованы с применением рассматриваемого подхода.

К тестовым сигналам предъявляется только требование линейной зависимости, поэтому они могут быть широкополосными со сплошным спектром. В качестве сигнала $x_1(t)$ используем сигнал вида $x_1(t) = \sin(t)/t$ (рис. 2, сплошная линия). Воздействие сигналом $x_2(t)$ начнем через время T после начала сигнала $x_1(t)$. В качестве $K_1(\omega)$ используем $K_1(\omega) = \exp(-ja\omega^2)$, где a – некоторый вещественный коэффициент, j – мнимая единица. При этом амплитудные спектры и энергии сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ одинаковы, различаются только фазовые спектры и форма сигналов. Примем a=7,25·10^{-10}, тогда сигнал $x_2(t)$ будет иметь вид рис. 2, пунктирная линия.

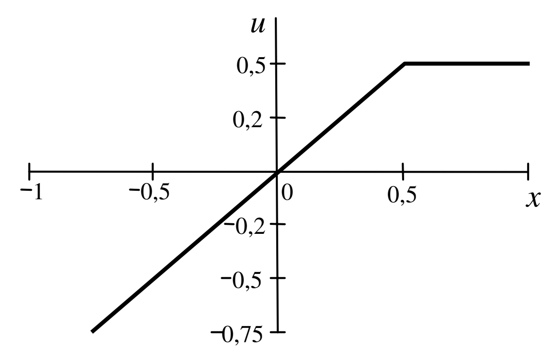


Рис. 1. *Пример амплитудной характеристики*

Сигнал $x_2(t)$ укладывается в линейную часть амплитудной характеристики, поэтому форма отклика объекта $u_2(t)$ (рис. 3, пунктирная линия) повторяет форму и амплитуду $x_2(t)$. Запишем (4) в виде

$$F^{-1}[K_1^{-1}(\omega)]*x_2(t) = x_1(t).$$

Следовательно, $F^{-1}[K_1^{-1}(\omega)]*u_2(t) = x_1(t)$, т.е. второе слагаемое в (6) (рис. 4, пунктирная линия) совпадает по форме и амплитуде с $x_1(t)$. Отличие состоит в том, что начало $x_2(t)$ задержано на время T относи-

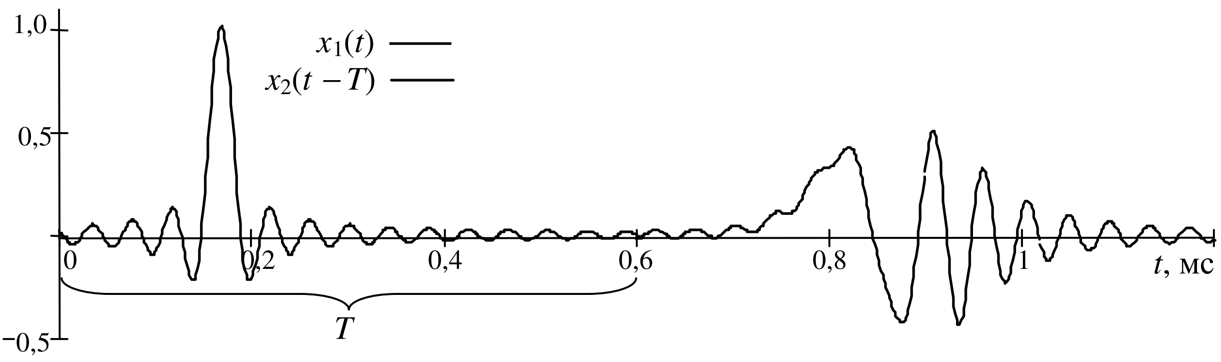


Рис. 2. *Тестовые сигналы*

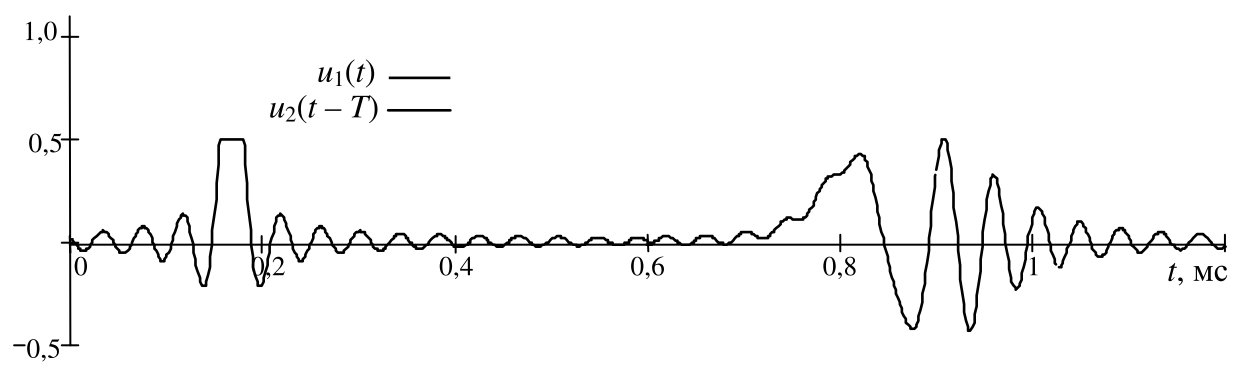


Рис. 3. *Отклики объекта, имеющего амплитудную характеристику в соответствии с рис. 1*

тельно начала $x_1(t)$, поэтому для вычисления разности по (6) отклик объекта $u_1(t)$ на тестовый сигнал $x_1(t)$ (рис. 3, сплошная линия) следует также задержать на время T. На рис. 4 приведены совмещенные во времени сигналы $u_1(t)$ и $F^{-1}[K_1^{-1}(\omega)]*u_2(t)$ (время исчисляется относительно начала откликов). Отклик $u_1(t)$ (рис. 4, сплошная линия) отличается по форме от тестового сигнала $x_1(t)$, поэтому при вычислениях по (6) появляется разностный сигнал $\varepsilon(t)$ (рис. 4, жирная сплошная линия).

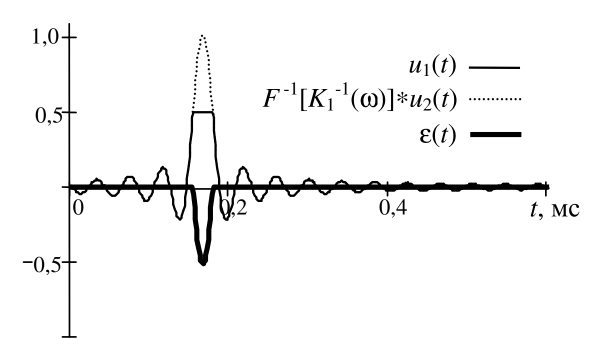


Рис. 4. *Формирование линейной комбинации откликов*

Таким образом, $\varepsilon(t)$ можно рассматривать как характеристику нелинейной составляющей отклика объекта.

Т.к. амплитудные спектры и энергия выбранных тестовых сигналов идентичны, различия в преобразовании этих сигналов обусловлены исключительно различиями их фазовых спектров. Импульсный сигнал $x_1(t)$ имеет бóльшую пиковую мощность, чем $x_2(t)$, т.к. его спектральные компоненты синфазны в момент максимальной амплитуды и, как очевидно из рис. 4, подвергается бóльшим искажениям. Т.е. в данном случае использование сигналов, близких к видеоимпульсным, преимущественно (при фиксированной средней мощности) с точки зрения увеличения энергии нелинейной составляющей отклика объекта. Применение метода гармоник требует использования радиоимпульса, который при использовании верхней частоты, до которой наблюдаются гармоники, соответствующей верхней граничной частоте сигнала $x_1(t)$, имеет абсолютную полосу частот меньшую, чем $x_1(t)$. Поэтому этот радиоимпульс имеет бóльшую, чем $x_1(t)$, длительность и при той же средней мощности, что и у сигнала $x_1(t)$, имеет меньшую амплитуду и подвергается меньшим нелинейным искажениям.

Выводы

1. Линейная комбинация откликов на детерминированные линейно зависимые тестовые сигналы тождественно равна нулю при линейном преобразовании сигналов, а неравенство нулю указанной линейной комбинации свидетельствует о нелинейности преобразования сигналов. Поэтому такую линейную комбинацию можно рассматривать как характеристику нелинейной составляющей отклика объекта.
2. Дополнительных требований на тестовые сигналы не накладывается, что позволяет использовать сверхширокополосные сигналы со сплошным спектром.
3. К передаточной характеристике объекта предъявляется только требование ее постоянства в течение времени измерения, поэтому рассмотренный подход применим для исследования нелинейности преобразования сигнала при наличии сложных линейных искажений сигнала, причем допустимо, чтобы к моменту следующего измерения линейные искажения изменились.
4. Для частного случая показано, что используемые тестовые сигналы подвергаются бóльшим нелинейным искажениям, чем радиоимпульс, применяемый в методе гармоник при использовании того же диапазона частот и при той же средней мощности тестового сигнала.

Работа подержана грантом Президента РФ № МК-1702.2004.8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вернигоров Н.С., Борисов А.Р., Харин В.Б. К вопросу о применении многочастотного сигнала в нелинейной локации // Радиотехника и электроника. – 1998. – Т. 43. – № 1. – С. 63–66.
2. Семенов Э.В. Синтез сверхширокополосных тестовых сигналов для обнаружения нелинейного преобразования сигнала путем наблюдения за нулями его спектральной плотности мощности // Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике: Сб. докл. Всеросс. научной конф. – Муром, 2003. – С. 99–103.
3. Semyonov E.V. Noise shaping for measuring digital sinusoidal signal with low total harmonic distortion // Convention Paper 5621: AES 112th Convention. – Munich, Germany, 2002. – 2 p.
4. Lipshitz S.P., Vanderkooy J., Semyonov E.V. Noise shaping in digital test-signal generation // Convention Paper 5664: AES 113th Convention. – Los Angeles, USA, 2002. – 10 p.
5. Иванов И.Ф., Трофимов В.С. О едином методе измерения нелинейности импульсных устройств // Радиотехника. – 1963. – Т. 18. – № 2. – С. 52–60.
6. Хазен Э.М. Определение плотности распределения вероятностей для случайных процессов в системах с нелинейностями кусочно-линейного типа // Известия АН СССР. Отд. техн. наук. Энергетика и автоматика. – 1961. – № 3. – С. 58–72.
7. Деч Р. Нелинейные преобразования случайных процессов. – М.: Советское радио, 1965. – 208 с.
8. Горяинов В.Т., Журавлев А.Г., Тихонов В.И. Примеры и задачи по статистической радиотехнике. – М.: Советское радио, 1970. – 597 с.
9. Осипов М.Л. Сверхширокополосная радиолокация // Радиотехника. – 1995. – № 3. – С. 3–6.